

$$P(A_1)=25/36 \quad \text{aneb} \quad P(X=0)=25/36$$

$$P(A_2)=10/36 \quad \text{aneb} \quad P(X=1)=10/36$$

$$P(A_3)=1/36 \quad \text{aneb} \quad P(X=2)=1/36$$

Výpočty pomocí základních vlastností:

- $P(A_3) = P(A \cap A) = P(A) \cdot P(A) = 1/6 \cdot 1/6 = 1/36$

...jde o průnik výskytu $A=\{6\}$ při 1.hodu a při 2.hodu,
tj. platí nezávislost

- $P(A_1) = P(A' \cap A') = P(A') \cdot P(A') = 5/6 \cdot 5/6 = 25/36$

...analog., ale v obou hodech má nastat doplněk

- $P(A_2) = P[(A \cap A') \cup (A' \cap A)] = P(A \cap A') + P(A' \cap A) =$
 $= P(A) \cdot P(A') + P(A') \cdot P(A) = 1/6 \cdot 5/6 + 5/6 \cdot 1/6 =$
 $= 5/36 + 5/36 = 10/36$

...buď hodíme šestku jen napoprvé, nebo jen
napodruhé

$$P(X=0)=25/36$$

$$P(X=1)=10/36$$

$$P(X=2)=1/36$$

Zákon rozdělení: $\sum P_i=1$ (neb A_i tvoří rozklad Ω)

Modus=0 (nejpravděpodobnější hodnota X)

První obecný moment aneb: Střední hodnota:

$$EX = \sum x_i \cdot P_i, \quad i=1 \dots K$$

$$EX = 0 \cdot 25/36 + 1 \cdot 10/36 + 2 \cdot 1/36 = 12/36 = 1/3$$

Druhý obecný moment:

$$E(X^2) = \sum x_i^2 \cdot P_i, \quad i=1 \dots K$$

$$E(X^2) = 0^2 \cdot 25/36 + 1^2 \cdot 10/36 + 2^2 \cdot 1/36 = 14/36 = 7/18$$

Druhý centrovaný moment (rozptyl):

$$DX = \sum (x_i - EX)^2 \cdot P_i, \quad i=1 \dots K$$

$$\begin{aligned} DX &= (0 - 1/3)^2 \cdot 25/36 + \\ &\quad + (1 - 1/3)^2 \cdot 10/36 + \\ &\quad + (2 - 1/3)^2 \cdot 1/36 = \dots = 5/18 \end{aligned}$$

$$P(X=0)=25/36$$

$$P(X=1)=10/36$$

$$P(X=2)=1/36$$

Druhý centrovaný moment pomocí obecných:

$$DX = E(X^2) - (EX)^2$$

$$DX = 7/18 - (1/3)^2 = 5/18$$

Medián (obecně: kvantily)?

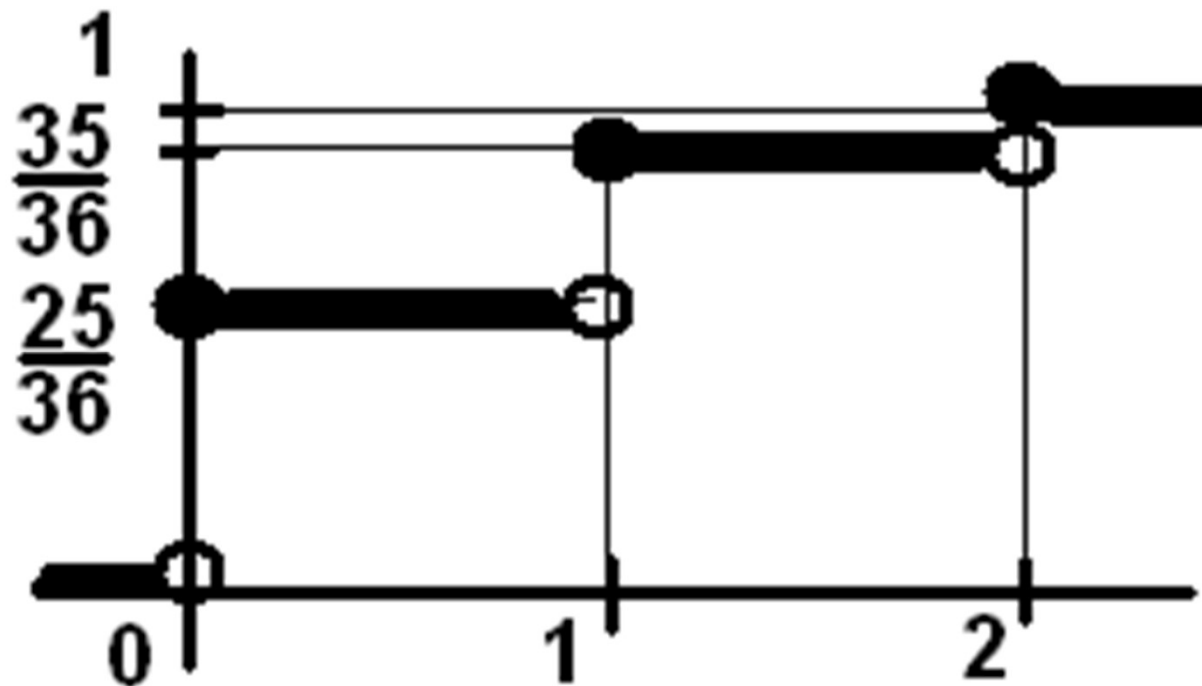
Distribuční funkce

$F(x) = P(X \leq x)$ = „kumulovaná pravděpodobnost“

$$F(0) = P(0) = 25/36$$

$$F(1) = P(0) + P(1) = 25/36 + 10/36 = 35/36$$

$$F(2) = P(0) + P(1) + P(2) = 25/36 + 10/36 + 1/36 = 1$$



Alternativní rozdělení

■ $X \sim \text{Alt}(\pi)$

A...sledovaný jev, $\pi = P(A)$

X =počet výskytů A při jediném pokusu

$X=0$ nebo 1

$$P(X=0) = P(A') = 1-\pi, \quad P(X=1) = \pi$$

$$EX = 0 \cdot (1-\pi) + 1 \cdot \pi = \pi,$$

$$E(X^2) = 0^2 \cdot (1-\pi) + 1^2 \cdot \pi = \pi,$$

$$DX = \pi - \pi^2 = \pi \cdot (1-\pi)$$

Binomické rozdělení

■ $X \sim \text{Bi}(n, \pi)$

$\pi = P(A)$, $A \dots$ sledovaný jev

$n =$ počet nezávislých pokusů (π se v nich nemění)

$X =$ počet výskytů A při n pokusech

$$X = 0, 1, \dots, n$$

$$P(X=x) = \binom{n}{x} \pi^x (1-\pi)^{n-x}$$

$$EX = n \cdot \pi$$

$$DX = n \cdot \pi \cdot (1-\pi)$$

Příklad: Počet šestek při 2 hodech kostkou. (=Př.4)

Příklad: Počet „úspěchů“ při losování s vracením.

Poznámka:

V případě, kdy vybíráme technikou bez vracení, je správný hypergeometrický model; pokud ale výběr probíhá z velké populace, použijeme i pak binomický model.

Proč? Když např. z 10.000 obyvatel, kde jevu A vyhovovalo 5.000 obyvatel (tj. $\pi=0,500$) ubereme 30 jedinců technikou bez vracení, bude poté jevu A vyhovovat podíl z rozmezí (dle postupu vybírání):

$$4.970 / 9.970 \quad \text{až} \quad 5.000 / 9.970$$

$$0,498 \quad \text{až} \quad 0,502$$

což se příliš nezměnilo oproti hodnotě 0,500 aneb pravděpodobnost výskytu jevu A téměř nezávisí na pořadí výběru (lze ji stále považovat za ono π)

Poissonovo rozdělení

■ $X \sim \text{Po}(\lambda)$

A...sledovaný jev

X =počet výskytů A při nekonečně mnoha pokusech

$X=0, 1, 2, \dots$

$$P(x) = \lambda^x \cdot e^{-\lambda} / x!$$

$$EX = DX = \lambda$$

Příklad: U sledovaného zvířecího druhu v dané oblasti se v průměru každé dvě hodiny narodí mládě. S jakou pravděpodobností se během příštích osmi hodin žádné mládě nenarodí?

Rovnoměrné rozdělení (kategoriální typ)

- $X \sim R(K)$
- $X = \text{hodnoty } 1, 2, \dots, K$
stejně pravděpodobné
- $P(X=x) = 1/K$,
 $EX = (1+K)/2$
- Příklad: $X = \text{výsledek}$
hodu kostkou ($K=6$).
Graf distribuční funkce
 $F(x) = P(X \leq x)$

