

Rovnoměrné rozdělení (spojitý typ)

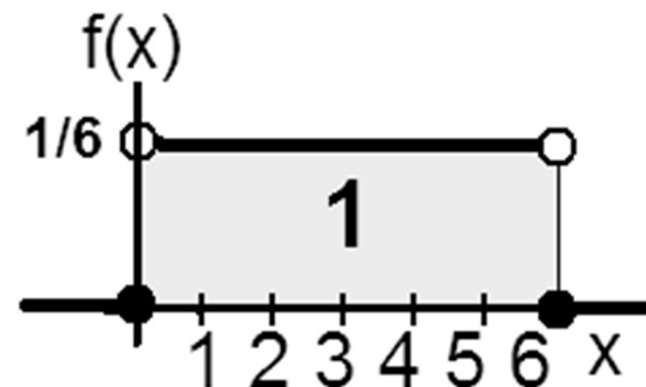
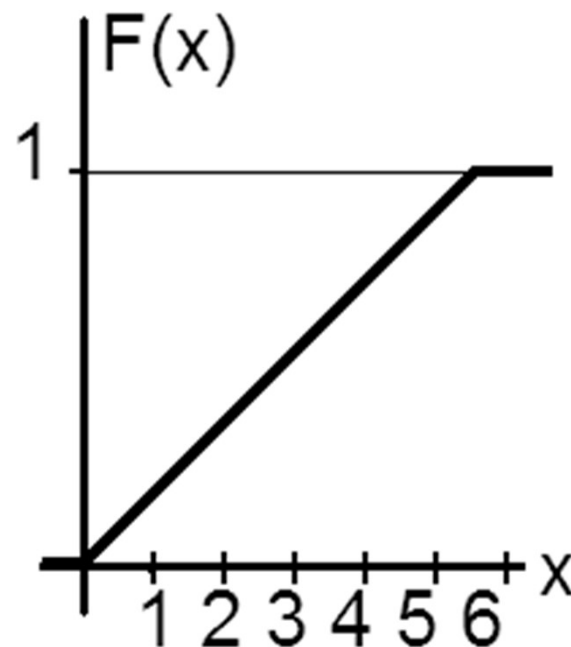
- $X \sim R(0, K)$
- X = kterékoli reálné číslo mezi 0 až K
- Distribuční funkce
$$F(x) = P(X \leq x) = x/K$$

(mezi 0 až K , jinde konstanta viz graf)

● Hustota

$$f(x) = F'(x) = 1/K$$

(mezi 0 až K , jinde 0)



Zákon rozdělení: $\int f(x)dx=1$... integrály určité
(zde meze integrálu: min X až max X)

modus...hodnota, v níž je hustota max.

Distribuční funkce:

$F(b) = P(X \leq b)$... všeobecně platná definice!

$F(b) = \int f(x) dx$... meze integrálu: min X až b

$F(b)$ = velikost plochy pod hustotou mezi minX až b

Důsledky pro určování pravděpodobností:

$P(X > a) = 1 - F(a) = \int f(x) dx$ (integrál od a do max X)

$P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a) = \int f(x) dx$ (integrál od a do b)

Střední hodnota: $EX = \int x \cdot f(x) dx$

Druhý obecný moment: $E(X^2) = \int x^2 \cdot f(x) dx$

Druhý centrovaný moment
(rozptyl): $DX = E(X^2) - (EX)^2$

Př. (rovnom.spojité veličina, meze: 0 až K)

$$\int 1/K dx = [x/K] = K/K - 0/K = 1 - 0 = 1$$

modus...není definován

$$EX = \int x \cdot 1/K dx = [x^2/(2K)] = K^2/(2K) - 0 = K/2$$

$$EX^2 = \int x^2 \cdot 1/K dx = [x^3/(3K)] = K^3/(3K) - 0 = K^2/3$$

$$DX = K^2/3 - (K/2)^2 = K^2/3 - K^2/4 = K^2/12$$

Exponenciální rozdělení

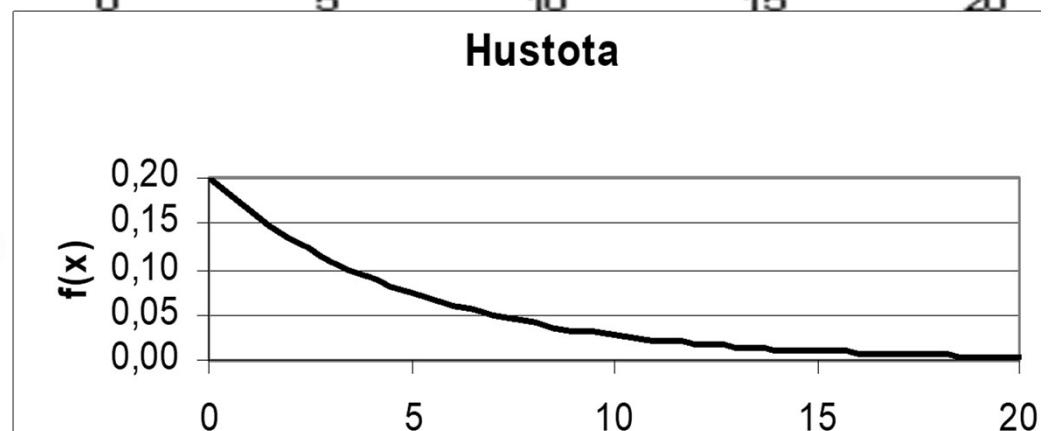
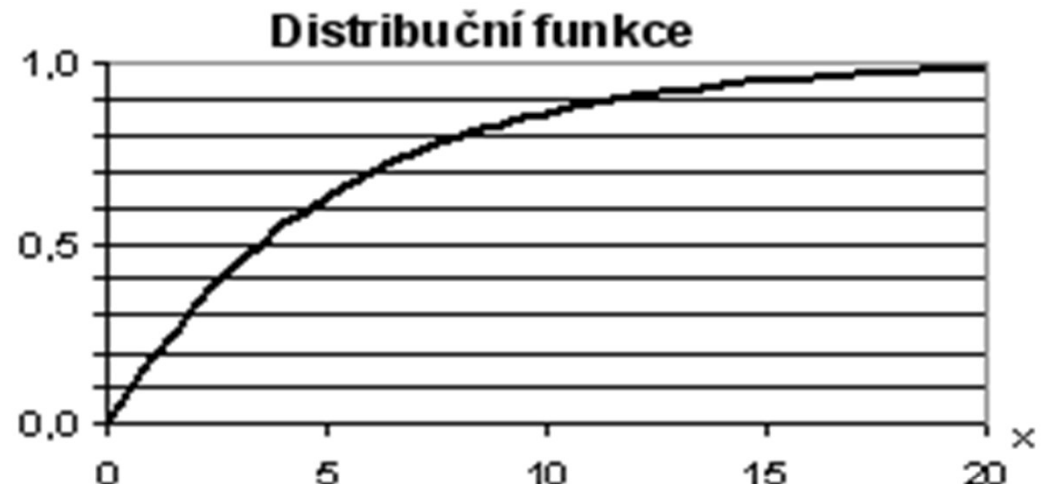
- $X \sim \text{Exp}(\delta)$
- X = jakákoli kladná hodnota (doba čekání)
- Distribuční funkce ($x > 0$)

$$F(x) = P(X \leq x) = 1 - e^{-x/\delta}$$

- Hustota ($x > 0$)

$$f(x) = F'(x) = e^{-x/\delta}/\delta$$

- $EX = \delta$, $DX = \delta^2$
- Příklad: Stř.doba čekání je 5 min; určit prst, že čekání bude max.6 min.



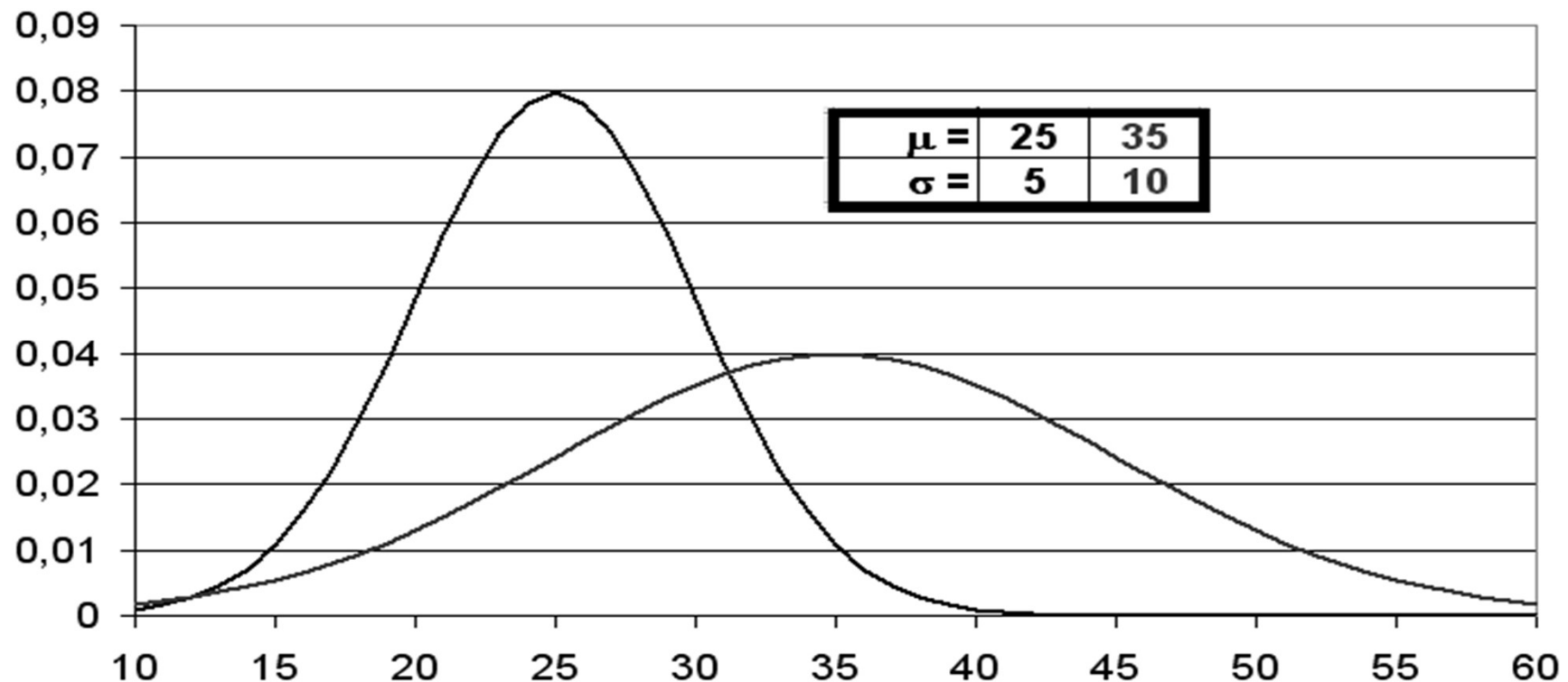
Gaussovo normální rozdělení

■ $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

... $\mu = EX$, $\sigma^2 = DX$

Grafem hustoty $f(x)$ (vzorec viz skripta) Gaussova křivka

(centrována kolem $\mu = EX$, ale je to též modus – hodnota s max. hustotou a medián).



Gaussovo normální rozdělení

■ Příklad 5: Necht' je hmotnost $X \sim N(80, 100)$.

Určíme $P(X \leq 90)$, $P(X \leq 75)$ a $P(75 \leq X \leq 90)$.

Výpočty např. pomocí Excelu:

$$\begin{aligned} \text{a) } P(X \leq 90) &= F(90) = \text{NORM.DIST}(90; 80; 10; 1) = \\ &= 0,84 = 84 \% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(X \leq 75) &= F(75) = \text{NORM.DIST}(75; 80; 10; 1) = \\ &= 0,31 = 31 \% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } P(75 \leq X \leq 90) &= P(X \leq 90) - P(X \leq 75) = 0,84 - 0,31 = \\ &= 0,53 = 53 \%. \end{aligned}$$

Grafický význam? Plochy pod Gaussovou křivkou.

Další využití: P(doplňku)? Symetrie vůči μ ? ...cvičení

Základy statistické indukce

- Pro stat.data hledáme vhodné pravděp. modely, odhadujeme hodnoty jejich parametrů či testujeme tvrzení o chování stat.veličin.
- Využíváme toho, že charakteristiky stat. dat (např. aritm.průměr) vykazují vlastnosti pravděpodobnostních rozdělení.

Základy statistické indukce

■ BODOVÉ ODHADY (tj. odhady jedním číslem)

T_n (např. aritm.průměr či medián) je z dat získaný bodový odhad pro neznámý parametr θ v pravděpodobnostním modelu pro sledovanou veličinu (např. pro střední hodnotu v normálním rozdělení).

Je to odhad nestranný $\Leftrightarrow E(T_n) = \theta$.

Základy statistické indukce

- Tabulka teoretických (neznámých a tudíž odhadovaných) parametrů a jejich nejvhodnějších (nestranných) odhadů:

PARAMETR θ	JEHO BODOVÝ ODHAD T_n
$\pi = P(A)$	$p =$ relativní četnost jevu A
μ (střední hodnota)	aritmetický průměr
σ^2 (rozptyl)	výběrový rozptyl: $s^2 = M_2 \cdot n / (n-1)$