

Mann-Whitney test

=neparametrická verze 2-výběrového testu

netestujeme chování parametru μ

testujeme shodu (H_0), resp. rozdílnost (H_1) polohy obou nezávislých výběrů:

```
> muzi=c(23,30,30,32,32,34,39,39,39,41,42,44,46,48)
> zeny=c(26,31,33,35,38,38,44,44,45,51,54)
> wilcox.test(muzi,zeny,paired=F)
```

Wilcoxon rank sum test with continuity correction

```
data: muzi and zeny
```

```
W = 64, p-value = 0.4929
```

```
alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0
```

ANOVA

Sledujeme (např.):

- **Hmotnost jedinců tří psích plemen;**
- **Délku klasů u čtyř odrůd pšenice;**

Chceme prokázat (typické praktické otázky):

- **je u všech tří plemen hmotnost jedinců srovnatelná, nebo se významně liší?**
- **závisí délka klasu na odrůdě?**

ANOVA

Předpoklady:

- všechny skupiny jsou nezávislé
- sledovaná veličina (*hmotnost, délka, ...atp.*) se ve všech srovnávaných skupinách chová jako veličina normálně rozdělená, a to se stejnou variabilitou (*tzv. podmínka homogeneity rozptylů*)

ANOVA

Komentáře:

- jde tedy o zobecnění 2-výběrových testů na případ dvou či více porovnávaných skupin
- zajímá nás vlastně, zda chování sledované normálně rozdělené veličiny Y (*plat respondentů, resp. délka výlisku,...*) závisí na příslušnosti do té či oné kategorie

ANEK zda Y závisí na tzv. kategoriálním faktoru (na vzdělání, na typu stroje,...), odtud označení „jednofaktorová ANOVA“

ANOVA

Značení:

r ...počet rozlišovaných kategorií u daného faktoru ($r \geq 2$)

μ_i ...střední hodnota Y v i -té kategorii ($i=1 \dots r$)

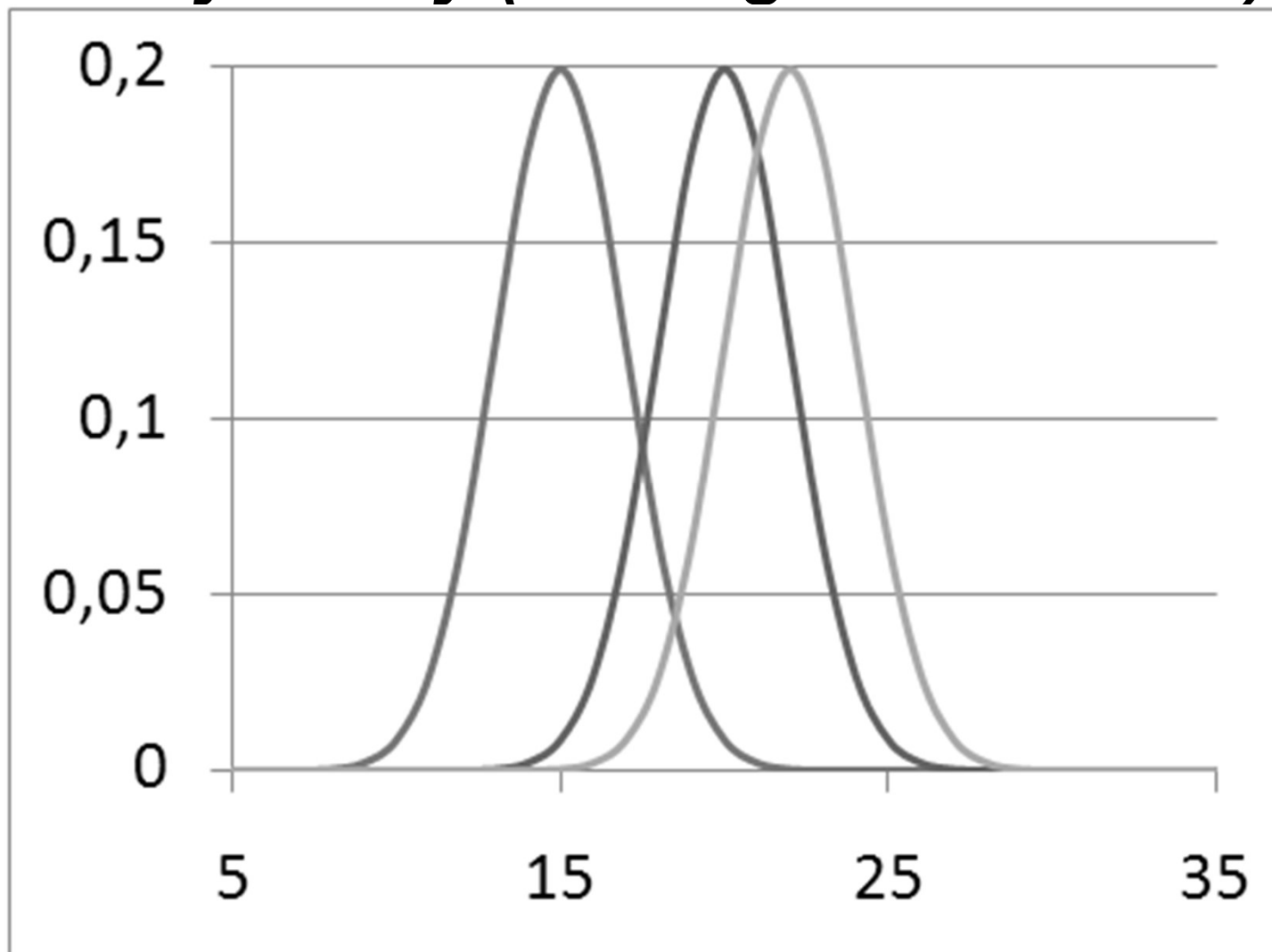
Testujeme:

$H_0: \mu_1 = \dots = \mu_r$ ANEB nezávislost na faktoru

$H_1: \text{non } H_0$ ANEB závislost na faktoru

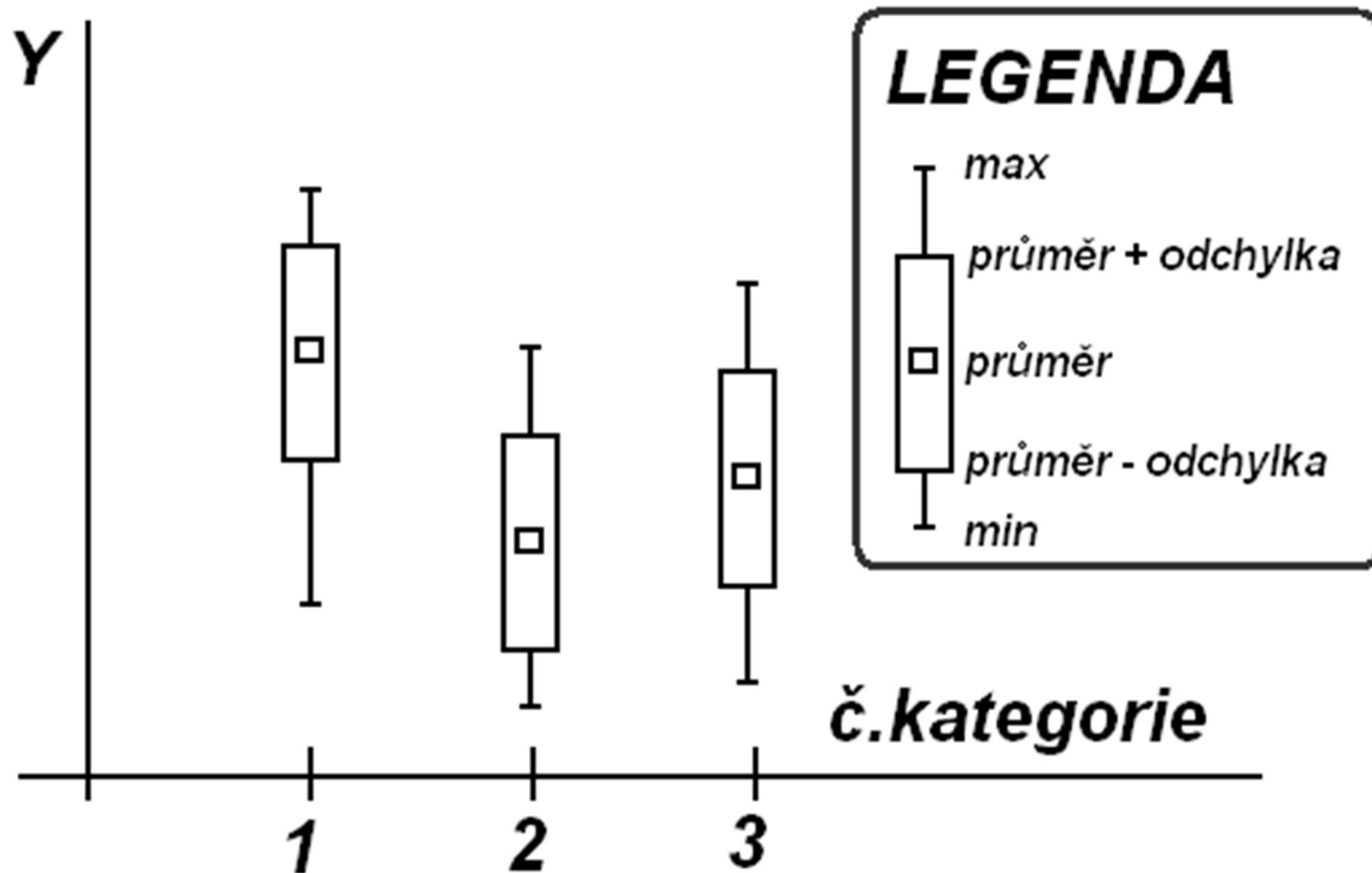
ANOVA

Gaussovy křivky (3-kategoriální faktor):



ANOVA

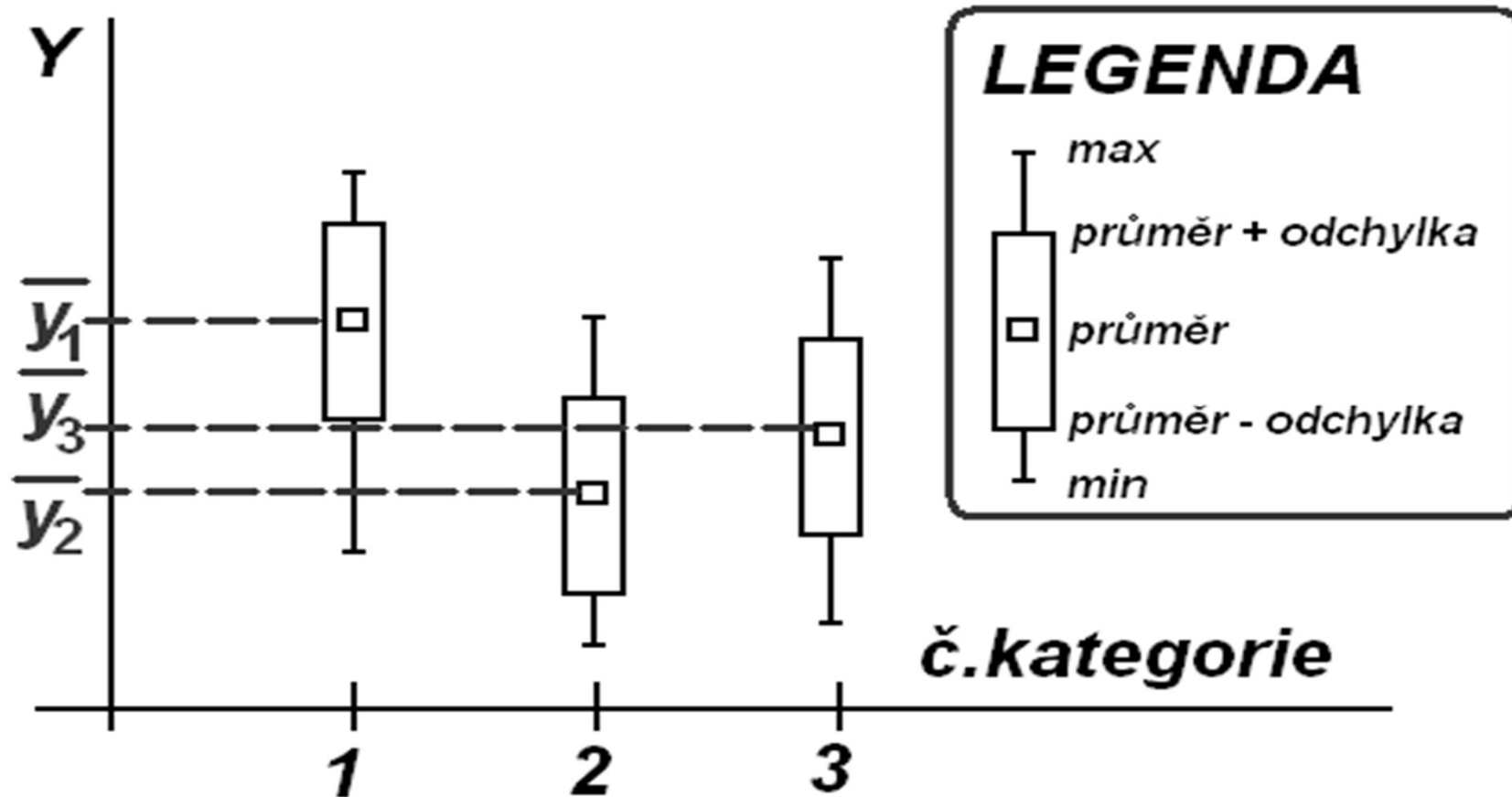
Data (3-kategoriální faktor):



ANOVA

Značení:

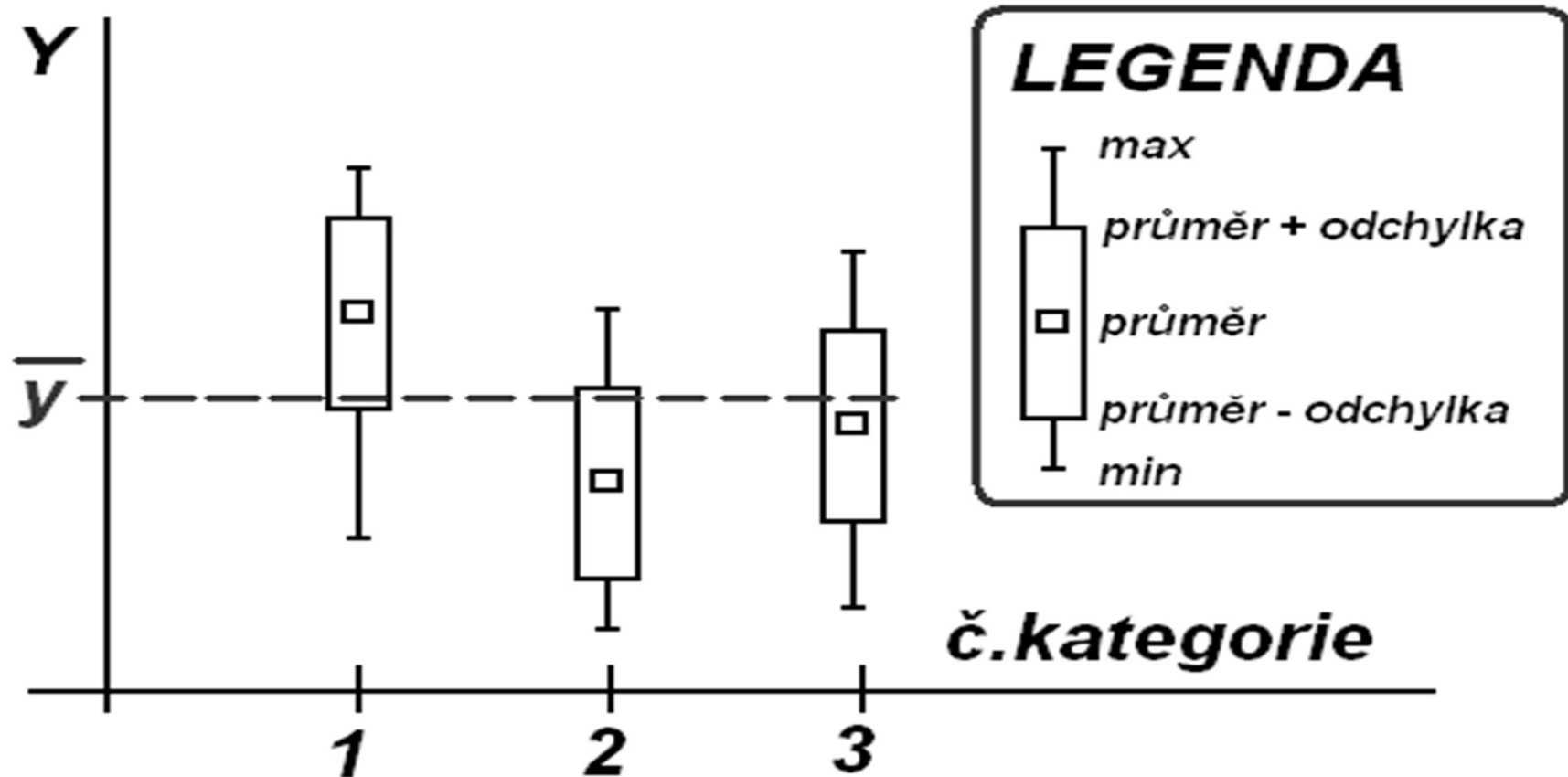
- „podmíněné“ průměry (po kategoriích)



ANOVA

Značení:

- celkový průměr (všech skupin)



ANOVA

Výpočty:

- „součty čtverců“ Q_{TOT} , Q_m , Q_v
- viz přehled vzorců:

$$H_0: \mu_1 = \dots = \mu_r \quad T = \frac{Q_m / (r-1)}{Q_v / (n-r)}$$

$$Q_{TOT} = s^2 \cdot (n-1) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y})^2 = Q_v + Q_m$$

$$Q_m = \sum_{i=1}^r (\bar{y}_i - \bar{y})^2 \cdot n_i$$

$$Q_v = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2$$

$$W = (F_{1-\alpha}(r-1, n-r); \infty)$$

ANOVA

Výpočty:

■ T a W viz přehled vzorců:

$$H_0: \mu_1 = \dots = \mu_r \quad T = \frac{Q_m / (r-1)}{Q_v / (n-r)} \quad Q_{TOT} = s^2 \cdot (n-1) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y})^2 = Q_v + Q_m$$
$$Q_m = \sum_{i=1}^r (\bar{y}_i - \bar{y})^2 \cdot n_i \quad Q_v = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 \quad W = \langle F_{1-\alpha}(r-1, n-r); \infty \rangle$$

ANOVA

Výsledky – tabulka ANOVY:

hodnota	součet čtverců	stupně volnosti	podíl
mezi- skupinová	Q_m	$r-1$	$Q_m / (r-1)$
vnitro- skupinová	Q_v	$n-r$	$Q_v / (n-r)$
suma	Q_{TOT}	$n-1$	

ANOVA

Příklad: Byly sledovány výnosy čtyř odrůd brambor (označme odrůdy A, B, C, D). Každá odrůda byla pěstována na sedmi srovnatelných polích. Zjistěte, zda je typ odrůdy faktorem, který ovlivňuje hektarový výnos brambor.

Data – jednotlivé výnosy (v Excelu):

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	A	19,3	18,0	21,6	22,4	20,9	20,1	24,0
2	B	23,1	26,5	25,2	25,0	24,3	21,4	26,7
3	C	23,7	20,8	19,8	24,1	22,2	22,6	22,9
4	D	17,2	16,6	16,9	17,7	21,3	15,2	19,0

H_0 : nezávislost výnosů na odrůdě

H_1 : závislost (aneb výnosy se významně liší)

ANOVA

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	A	19,3	18,0	21,6	22,4	20,9	20,1	24,0
2	B	23,1	26,5	25,2	25,0	24,3	21,4	26,7
3	C	23,7	20,8	19,8	24,1	22,2	22,6	22,9
4	D	17,2	16,6	16,9	17,7	21,3	15,2	19,0

Analýza dat

Analytické nástroje:

Anova: jeden faktor

Anova: dva faktory s opakováním

Anova: dva faktory bez opakování

Korelace

Kovariance

Regresní statistika

OK

Storno

Nápověda

ANOVA

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	A	19,3	18,0	21,6	22,4	20,9	20,1	24,0
2	B							16,7
3	C							2,9
4	D							9,0
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								

Anova: jeden faktor

Vstup

Vstupní oblast:

Sdružit:

☐ Sloupce

☒ Řádky

☒ Popisky v prvním sloupci

Alfa:

Možnosti výstupu

☐ Výstupní oblast:

☒ Nový list:

☐ Nový sešit

OK

Storno

Nápověda

ANOVA

	A	B	C	D	E	F	G
1	Anova: jeden faktor						
2							
3	Faktor						
4	<i>Výběr</i>	<i>Počet</i>	<i>Součet</i>	<i>Průměr</i>	<i>Rozptyl</i>		
5	A	7	146,3	20,9	3,993		
6	B	7	172,2	24,6	3,520		
7	C	7	156,1	22,3	2,360		
8	D	7	123,9	17,7	3,833		
9							
10	ANOVA						
11	<i>Zdroj variability</i>	<i>SS</i>	<i>Rozdíl</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Hodnota P</i>	<i>F krit</i>
12	Mezi výběry	174,912	3	58,304	17,015	3,87E-06	3,009
13	Všechny výběry	82,240	24	3,427			
14	Celkem	257,153	27				

T p W

$$p = 3,87 \cdot 10^{-6} = 4 \cdot 10^{-6} = 0,000\ 004$$

ANOVA

Výsledek:

$p=0,000\ 004 < 0,05 \Rightarrow$ zamítáme H_0

Data prokázala, že výnosy jednotlivých 4 odrůd se významně liší

ANEŽ

že odrůda je faktorem, na němž výnos významně závisí.

ANOVA

Poznámky:

a) ANOVA = zkratka z „analysis of variance“

**b) DF = zkratka z „degrees of freedom“
(stupně volnosti)**

**c) pokud $r=2$, lze závislost na faktoru
porovnat jak ANOVOU, tak 2-výběrovými
testy (*ty mají oproti ANOVĚ tu výhodu, že
existují i v jednostranných variantách a lze
tudíž případně posoudit, která z obou
porovnávaných kategorií je „lepší“*)**

ANOVA

Poznámky:

d) Sice jsme prokázali významné rozdíly ve výnosech, můžeme dokonce porovnat zjištěné podmíněné průměry (viz Excel), ale NELZE hned tvrdit, že ANOVA prokázala, která odrůda je horší či lepší – zatím víme jen, že „jsou významné rozdílnosti“

ANOVA – post hoc testy

ANOVA detekuje rozdílnost $\Rightarrow$ zjišťujeme dvou-výběrovými porovnáváními jednotlivých kategorií, které dvě se navzájem významně odlišují ... tzv. post-hoc testy

**Bonferroniho korekce: $\alpha^* = \alpha/m$
(m ... počet vzájemných porovnání)**

Kruskal-Wallis test

= neparametrická obdoba ANOVA testu

testujeme shodu (H_0), resp. rozdílnost (H_1) polohy všech nezávislých výběrů

R: `kruskal.test(list(data1,data2,...,datar))`

Test normality

Jak posoudit, kdy postupovat
ne/parametricky?

Shapiro-Wilkův test normality

H_0 : shoda dat s normálním modelem

R: `shapiro.test(data)`