

Ukázky početních úloh do zkuškového testu

1. Pro veličinu „známka“ zaznamenanou v neúplné tabulce četností spočtěte 1.obecný a 2.centrovaný moment.

známka	podíl
1	0,3
2	0,4
3	???

Řešení: Pro $X=3$ doplníme podíl 0,3 (součet podílů musí činit 1,0).

První obecný moment bude: $1 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,4 + 3 \cdot 0,3 = 2,0$

Druhý obecný moment bude: $1 \cdot 0,3 + 4 \cdot 0,4 + 9 \cdot 0,3 = 4,6$

Druhý centrovaný moment bude: $4,6 - 2^2 = 0,6$

2. Doplněte tabulku četností (n_i značí absolutní četnosti, p_i relativní, * jejich kumulované verze):

	p_i	n_i^*
kat1	0,1	???
kat2	???	60
kat3	???	160
kat4	???	200

Řešení: Dle $n_4^* = 200$ je také $n = 200$. Tudíž $n_1^* = 200 \cdot 0,1 = 20$ (10 % ze 200).

Nekumulované absolutní četnosti dopočteme z těch absolutních:

$$n_2 = n_2^* - n_1^* = 60 - 20 = 40,$$

$$n_3 = n_3^* - n_2^* = 160 - 60 = 100,$$

$$n_4 = n_4^* - n_3^* = 200 - 160 = 40$$

a tudíž chybějící relativní četnosti budou

$$p_2 = 40/200 = 0,2,$$

$$p_3 = 100/200 = 0,5,$$

$$p_4 = 40/200 = 0,2.$$

3. Analogicky (již bez řešení):

	n_i	n_i^*
kat1	12	???
kat2	???	18
kat3	???	25
kat4	???	30
celkem	???	

	n_i	p_i^*
kat1	???	20%
kat2	???	60%
kat3	???	90%
kat4	???	???
celkem	1000	

4.

V populaci je 40 % samců.

Z nich polovina žije v rezervacích (zbytek mimo ně).

Ze samic jich žije v rezervacích jen třetina.

a) Jak velká část celé populace žije v rezervacích?

Značení jevů:

M...samci (male),

F=M'...samice (female),

R...tvor žijící v rezervaci,

R' ... tvor nežijící v rezervaci

Zadáno:

$$P(M)=0,4 \quad \text{tj. } P(F)=1-0,4=0,6$$

$P(R|M)=0,5$... mezi samci aneb „za podmínky být samcem“ jaký je podíl tvorů z R

$$P(R|F)=1/3$$

Počítáme:

$P(R) = P(R \cap M) + P(R \cap F)$... tvorové v rezervaci jsou samci (v rezervaci) a samice (v rezervaci)

Jelikož by platilo: $P(R|M) = P(R \cap M)/P(M)$, lze naopak dopočítat: $P(R \cap M) = P(M) \cdot P(R|M)$;

Analog.

jelikož by platilo: $P(R|F) = P(R \cap F)/P(F)$, lze naopak dopočítat: $P(R \cap F) = P(F) \cdot P(R|F)$;

Tudíž:

$$P(R) = P(M) \cdot P(R|M) + P(F) \cdot P(R|F) = 0,4 \cdot 0,5 + 0,6 \cdot 1/3 = 0,20 + 0,20 = 0,40 \quad (40 \%)$$

b) Jaký je u nich (u tvorů v rezervacích) podíl samců a samic?

Formálně počítáme $P(M|R)$ a doplněk, tedy $P(F|R)$.

$$\text{Platí: } P(M|R) = P(M \cap R)/P(R) = P(R \cap M)/P(R) = (0,4 \cdot 0,5)/0,40 = 0,20/0,40 = 0,5$$

tudíž zbytek $P(F|R)=1-0,5=0,5$.

Samci a samice jsou v rezervacích zastoupeni ve stejném poměru (50:50 neboli 1:1).

Ono to bylo vidět už z předešlého výpočtu v úloze a), kde vycházelo $0,2+0,2=0,4$.

5.

V populaci je 20 % napadených stromů.

S jakou pravděpodobností budou mezi 3 namátkou vybranými stromy:

a) právě dva napadené?

b) aspoň dva napadené?

Jde o výpočty v binomickém rozdělení, $n=3$, $\pi=0,2$.

$$\text{a) } P(X=2) = \binom{3}{2} \cdot 0,2^2 \cdot (1-0,2)^{3-2} = 3 \cdot 0,04 \cdot 0,8 = 0,096$$

$$\text{b) } P(X=3) = \binom{3}{3} \cdot 0,2^3 \cdot (1-0,2)^{3-3} = 0,2^3 = 0,008, \text{ takže } P(X \geq 2) = 0,096 + 0,008 = 0,104$$

6.

Jak by pro tuto kontingenční tabulku vypadala tabulka očekávaných četností?

10	30	40
30	30	60
40	60	100

Řešení:

n11	n12	40
n21	n22	60
40	60	100

kde

$$n11 = 40 \cdot 40 / 100 = 16$$

$$n21 = 40 \cdot 60 / 100 = 24$$

$$n12 = 60 \cdot 40 / 100 = 24$$

$$n22 = 60 \cdot 60 / 100 = 36$$

tj.

16	24	40
24	36	60
40	60	100